



**УДК 532.516**

**Сохацький А.В., д.т.н., проф.,**

Інститут транспортних систем та технологій НАН України, м. Дніпропетровськ,  
Україна

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ ТРАНСПОРТНОГО АПАРАТА З ВИКОРИСТАННЯМ РІВНЯНЬ НАВ'Є- СТОКСА**

Сучасний етап розвитку методів дослідження аеродинаміки транспортних апаратів характеризується широким і глибоким вивченням самих тонких ефектів. Використання рівнянь Нав'є-Стокса для розв'язку таких задач ось уже довгий час знаходиться в центрі уваги фахівців, які працюють в галузі обчислювальної аеродинаміки. Стійка зацікавленість цією проблемою зумовлена не тільки її практичним значенням та широкою областю застосування, але й великими труднощами, з якими приходиться зустрічатися при спробі розв'язування рівнянь Нав'є-Стокса, як аналітично, так і числовими методами.

Сучасні математичні моделі аеродинаміки розподіляють на наступні рівні:

1. Аналітичні наближення та лінеаризовані рівняння.
2. Нелінійні рівняння без урахування дисипативних членів.
3. Нелінійні рівняння з урахуванням дисипативних членів.
4. Повні нестационарні моделі.

Використання моделей 1-го рівня, таких як аналітичні співвідношення, наближення потенціальної течії, панельні методи, метод дискретних вихорів дозволило розраховувати аеродинамічні характеристики реальних літальних апаратів.



Міжнародна науково-технічна конференція "Гідроаеромеханіка в інженерній практиці"  
Секція I  
"Технічна гідромеханіка"

Моделі 2-го рівня дозволяють розраховувати розриви газодинамічних величин, але вони вимагають використання ЕОМ великої продуктивності (більше  $10^9$  флоп).

Розв'язування задач з урахуванням турбулентних параметрів, реальних властивостей газів вимагають використання моделей 3-4-го рівнів. Складність їх розв'язування, окрім нелінійності, пов'язується ще й з відсутністю відповідних моделей турбулентності.

Необхідність розв'язування складних задач аеродинаміки вимагає розробки математичних моделей такого рівня складності, які б описували закономірності досліджуваних явищ з потрібною точністю та дозволяли реалізувати їх на сучасних ЕОМ.

До найдосконаліших моделей відносять: пряме числове моделювання на основі рівнянь Нав'є-Стокса (Direct Numerical Simulation - DNS) та моделювання великомасштабних вихрових структур (*Large Eddy Simulation - LES*).

Вважається, що з використанням рівнянь Нав'є-Стокса в принципі можна повністю моделювати реальні турбулентні течії за допомогою DNS. У такому випадку зникає проблема замикання рівнянь Нав'є-Стокса, але зростає кількість дрібних вихорів по відношенню до великих з ростом числа Рейнольдса. Кількість комірок розрахункової сітки пропорціональна  $Re^{9/4}$ . Зростають необхідні ресурси обчислювальної техніки. В результаті таке моделювання обмежується числами Рейнольдса  $Re < 10^4$ . Таким чином, DNS залишається інструментом для обмежених тестових досліджень.

В основу моделі LES покладено те, що великомасштабні вихори переносять основну турбулентну енергію та мають специфічну структуру і їх потрібно розраховувати напряму з відповідною сітковою роздільністю. Дрібномасштабні вихорові структури є більш універсальними і в основному



однорідні та ізотропні. Їх моделювання простіше, ніж моделювання турбулентної в'язкості в моделі RANS (*Reynolds-averaged Navier–Stokes*) в силу простоти підсіткових вихорів.

Одним з найбільш поширених гібридних підходів є моделювання відокремлених вихорів (*Detached Eddy Simulation – DES*). Згідно з гібридними підходами, там, де масштаб сітки є достатнім для розрахунку великих вихорів, використовується *LES*. Якщо ж сітка груба, то виконується перехід до моделі RANS. Він дозволяє скоротити обчислювальні витрати.

Покращення аеродинамічних характеристик транспортних апаратів є надзвичайно актуальною задачею. Одним з найкращих шляхів її розв'язування є проведення аеродинамічних досліджень з використанням рівнянь Нав'є-Стокса. Останнім часом друкується все більше наукових праць з числових методів розв'язування повних та осереднених рівнянь Нав'є-Стокса. Їх аналіз показує, що значний прогрес було досягнуто в результаті застосування скінченно-різницевих методів та емпіричних моделей турбулентності. Проте існує ще цілий ряд проблем розв'язування задач аеродинаміки з використанням рівнянь Нав'є-Стокса. У зв'язку з цим необхідно проводити пошук нових ефективних методів, алгоритмів та способів розв'язування рівнянь Нав'є-Стокса для розрахунку аеродинамічних характеристик тіл.

Багатопараметричність та різномасштабність досліджуваних задач аеродинаміки, їх нелінійність, багатомірність не дозволяє сформулювати загальні підходи для їх постановки та отримання розв'язку [1]. Вважається, що основні напрямки та тенденції розвитку математичного моделювання повинні включати:

- використання моделей усіх рівнів в залежності від мети дослідження;
- застосування більш складних моделей з метою урахування більшої кількості реальних фізичних досліджуваних явищ;



- аналіз моделей, їх систематизація та виявлення деяких класів загальних моделей;

подальше математичне обґрунтування фізико-математичних моделей і коректних постановок початково-крайових задач.

Важливою задачею аеродинаміки транспортних апаратів є розробка ефективних методик та обчислювальних алгоритмів. При їх розробці виникають наступні основні проблеми:

- побудова розрахункових сіток з заданими властивостями для розв'язування складних багатомірних задач в складних багатозв'язних областях;
- адаптація існуючих алгоритмів та розробка нових, більш економічних обчислювальних алгоритмів в рамках різноманітних фізико-математичних моделей для ЕОМ різних архітектур;
- розвиток математичного апарату і його застосування для обґрунтування обчислювальних алгоритмів.

Розрахункова область навколо транспортного апарата є складною, тому необхідно використовувати криволінійну систему координат. Система рівнянь Нав'є-Стокса в формі Рейнольдса для довільної криволінійної системи координат запишеться

$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\hat{E}_i - \hat{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{F}_i - \hat{F}_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\hat{G}_i - \hat{G}_v) = \bar{H}, \quad (1)$$

де  $\hat{\Phi}$  – вектор невідомих змінних;  $\hat{E}_i, \hat{F}_i, \hat{G}_i$  – вектори нев'язких потоків;  $\hat{E}_v, \hat{F}_v, \hat{G}_v$  – вектори в'язких потоків;  $\bar{H}$  – вектор джерельних членів.

В системі рівнянь (1) n-компонентні вектори  $\hat{\Phi}, \hat{E}_i, \hat{F}_i, \hat{G}_i, \hat{E}_v, \hat{F}_v, \hat{G}_v$  мають відповідний вигляд в залежності від моделі турбулентності.



Міжнародна науково-технічна конференція "Гідроаеромеханіка в інженерній практиці"  
Секція І  
"Технічна гідромеханіка"

Для числового розв'язування осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є–Стокса використано метод контрольного об'єму.

Для побудови розрахункові сітки розроблено методику, алгоритм та програмне забезпечення на мові FORTRAN 90. Розроблені методики ґрунтуються на алгебраїчних підходах та диференціальних рівнянь у частинних похідних. Реалізовано одноблоковий та багатоблоковий підходи.

Верифікацію розроблених методик, алгоритмів та програм числового розв'язування рівнянь Нав'є–Стокса проведено на прикладі поперечного обтікання циліндра, профілю крила та кулі для ламінарного та турбулентного режимів.

Замикання системи рівнянь (1) виконано з використанням однопараметричної диференціальної моделі турбулентності Спаларта-Аллмараса.

Проведено числові розрахунки обтікання перспективного транспортного засобу, який рухається в безмежному потоці та поблизу трапецеподібної шляхової структури.