

УДК 532.5

## Формування ударного імпульсу в системі «бульбашкова рідина-структура»

Павлова К.С., Лук'янов П.В.

Державне некомерційне підприємство “Державний університет ”Київський авіаційний інститут”, Київ, Україна

Наведено нелінійну модель, що описує взаємодію бульбашкової рідини зі структурою. Модель описує лише зародження (формування) ударного імпульсу, оскільки ґрунтується на використанні автотельного розв'язку. Як і у випадку гідравлічного удару у крапельній рідині, без урахування взаємодії зі структурою, отримана автономна система рівнянь, що дозволяє розв'язати задачу у змінних тиск-швидкість руху рідини.

*Ключеві слова:* бульбашкова рідина; гідравлічний удар; взаємодія течії зі структурою; гідравлічний привід.

### Вступ

Під час роботи гідравлічної системи, в окремих її місцях (гідропривід) виникає явище кавітації внаслідок чого в крапельній рідині присутня наявність бульбашок газу. Таку рідину називають бульбашковою [1]. При цьому вважається, що кількість бульбашок є відносно невеликою.

В попередніх роботах було вивчено зародження ударного імпульсу в крапельній рідині [2], в бульбашковій рідині [3] та в системі крапельна рідина – структура [4]. Наявність вказаних результатів дозволила зробити наступний крок – розробити модель формування ударного імпульсу у бульбашковій рідині з урахуванням її взаємодії із структурою (твердою поверхнею, що обмежує рідину).

**Нелінійна модель формування ударного імпульсу під час взаємодії нестационарної течії бульбашкової рідини зі структурою.**

Для отримання шуканої моделі використаємо рівняння нестационарної течії бульбашкової рідини [3]

$$\alpha_1 \left( \rho_{10}^o + \frac{p'}{c_1^2} \right) \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\left( \rho_{10}^o + \frac{p'}{c_1^2} \right) \left( \frac{\partial V}{\partial x} - 3 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{w_{1a}}{a} \right) + \frac{1}{c_1^2} \left( V \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{\partial p'}{\partial t} \right) = 0. \quad (2)$$

та рівняння

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\lambda}{4R} V |V| + kD \left( \frac{\partial V}{\partial t} + c \cdot \text{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial z} \right| \right) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \left( \frac{1}{K} + (1 - \nu^2) \frac{2R}{Ee} \right) \frac{\partial p}{\partial t} = 2\nu \frac{\partial U}{\partial z}. \quad (4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = - \frac{\nu R}{Ee} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (6)$$

які описують взаємодію нестационарної (однофазної) течії рідини зі структурою [4].

Сумісне використання рівнянь (1)-(6) дає змогу отримати шукану модель. Вона, по суті, складається з двох рівнянь відносно безрозмірних функцій збурення тиску та швидкості рідини. Ці рівняння мають такий вигляд:

$$(1 + \bar{p}') \left( Nu_1 \frac{d\bar{p}'}{d\bar{\eta}} + \frac{Nu_2 Nu_4}{1 - Nu_3} \frac{d\bar{p}'}{d\bar{\eta}} - Bb \right) + (\bar{V} - 1) \frac{d\bar{p}'}{d\bar{\eta}} = 0, \quad (7)$$

$$0 + \left[ (1 + \bar{p}') \left( Nu_1 + \frac{Nu_2 Nu_4}{1 - Nu_3} \right) + (\bar{V} - 1) \right] \frac{d\bar{p}'}{d\bar{\eta}} = (1 + \bar{p}') Bb. \quad (8)$$

Система рівнянь (7)-(8) є автономною і еквівалентною такому одному диференціальному рівнянню:

$$\frac{d\bar{p}'}{d\bar{V}} = \frac{Bb \left[ (1 + \bar{p}') (\bar{V} - 1) + Br(SW1-1) \right]}{(1 + \bar{p}') DW \cdot \bar{V} |\bar{V}| \left[ \left( Nu_1 + \frac{Nu_2 Nu_4}{1 - Nu_3} \right) + (\bar{V} - 1) \right]}. \quad (9)$$

Аналітичний розв'язок рівняння (9) поки що не відомий. Але частинний його випадок, що відповідає ігноруванню моделлю нестационарного тертя ( $Br=0$ ), має аналітичний розв'язок у вигляді:

$$\bar{p}'(\bar{V}) = \begin{cases} 1 + \frac{(\alpha_1 - 1) LambertW(\arg_1)}{\alpha_1}, & \bar{V} < 0; \\ 1 + \frac{(\alpha_1 - 1) LambertW(\arg_2)}{\alpha_1}, & \bar{V} = 0; \\ 1 + \frac{(\alpha_1 - 1) LambertW(\arg_3)}{\alpha_1}, & \bar{V} > 0. \end{cases}$$

(10)

У розв'язку (10)  $\arg_1$ ,  $\arg_2$ ,  $\arg_3$  відповідно дорівнюють:

$$\arg_1 = (-\bar{V})^{-\frac{\beta Nu_5 \alpha_1^2}{(Nu_5-1)^2(\alpha_1-1)}} \left( -Nu_5 - \bar{V} + 1 \right) \frac{\beta Nu_5 \alpha_1^2}{(Nu_5-1)^2(\alpha_1-1)} e^{\frac{\beta Nu_5 C_1 \alpha_1^2}{(Nu_5-1)(\alpha_1-1)} - \frac{\beta C_1 \alpha_1^{2+1-Nu_5}}{(Nu_5-1)(\alpha_1-1)} - \frac{\beta \alpha_1^2}{(Nu_5-1)(\alpha_1-1)\bar{V}}}$$

$$\arg_2 = e^{\frac{\beta \alpha_1^2(1+C_1)+1}{(\alpha_1-1)}},$$

$$\arg_3 = \bar{V}^{-\frac{\beta Nu_5 \alpha_1^2}{(Nu_5-1)^2(\alpha_1-1)}} \left( Nu_5 + \bar{V} - 1 \right) \frac{\beta Nu_5 \alpha_1^2}{(Nu_5-1)^2(\alpha_1-1)} e^{\frac{\beta Nu_5 C_1 \alpha_1^2}{(Nu_5-1)(\alpha_1-1)} - \frac{\beta C_1 \alpha_1^{2+1-Nu_5}}{(Nu_5-1)(\alpha_1-1)} + \frac{\beta \alpha_1^2}{(Nu_5-1)(\alpha_1-1)\bar{V}}}$$

### Висновки.

Розроблено нелінійну модель, що описує взаємодію формування ударного імпульсу в бульбашковій рідині з врахуванням взаємодії нестационарної течії із структурою. Ця модель дозволяє більш точно використовувати структуру полів швидкостей (в рідині та пружному тілі) та тиску для чисельного розв'язання повної задачі, де враховується відбиття та інтерференція ударних імпульсів.

### Список літератури

1. Nigmatulin, R.I. *Dynamics of multiphase media*. Hemisphere, 1991.
2. Lukianov, P.V., Pavlova K.S. Unsteady flow of droplet liquid in hydraulic systems of aircrafts and helicopters: models and analytical solutions. *Aviacijno-kosmicna tehnika I tehnologia – Aerospace technics and technology*. 2024, no. 1, pp. 32-42. DOI: 10.32620/akt.2024.1.03.
3. Lukianov, P.V., Pavlova K.S. Unsteady flow in bubble liquid in hydraulic system of aircraft and helicopters. *Aviacijno-kosmicna Aerospace technics and technology*. 2024, no. 2, pp. 4-14. DOI: 10.32620/akt.2024.2.01.
4. Lukianov, P.V., Pavlova K.S. Nonlinear model of interaction of unsteady fluid flow with structure in hydraulic systems of aircraft and helicopters. *Aviacijno-kosmicna Aerospace technics and technology*. 2024, no. 4, pp. 4-14. DOI: 10.32620/akt.2024.4.01.

### Shock impulse formation in “bubble fluid – structure” system

**Pavlova K.S., Lukianov P.V.**

*A nonlinear model is presented that describes the interaction of a bubble liquid with a structure. The model describes only the origin (formation) of the shock pulse, since it is based on the use of a self-similar solution. As in the case of a hydraulic shock in a droplet liquid, without taking into account the interaction with the structure, an autonomous system of equations is obtained that allows solving the problem in the variables pressure-velocity of the liquid.*

*Keywords: bubble liquid; hydraulic shock; interaction of the flow with the structure; hydraulic drive.*