

УДК 532.53 : 629.784

Инерционные циркуляционные течения во вращающемся цилиндре

В.А. КОВАЛЕВ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

***Аннотация:** Гидродинамические процессы ускорения и затухания вращения жидкости в ограниченных объемах, имеют приложение к исследованиям поведения топлива в баках космических летательных аппаратов (КЛА). При движении в баках жидкое топливо оказывает существенное влияние на устойчивость и управляемость полета КЛА. Множество факторов, влияющих на подобные гидродинамические процессы, называемые "спин-ап" и "спин-даун", например, колебания упругого корпуса КЛА, вибрация двигательной установки, штатные развороты и т.д., накладываясь друг на друга, во многом усложняют изучение течений в баках и разработку практических рекомендаций по управлению внутрибаковыми гидродинамическими процессами.*

***Ключевые слова:** циркуляція, поле швидкості, математичне моделювання, резервуар, течія рідини.*

В предлагаемом материале приводятся результаты численного моделирования вязкого инерционного течения после внезапной остановки вращения цилиндрического резервуара, целиком заполненного вязкой несжимаемой жидкостью, так называемого процесса «спин-даун». Поскольку цилиндрическая форма емкости широко распространена в силовых конструкциях топливных баков КЛА, обеспечивающих кроме того и продольную жесткость каркаса объекта, именно цилиндр принят в качестве объекта моделирования.

Подобная задача относится к внутренним осесимметричным течениям жидкости относительно продольной вертикальной оси цилиндра. С точки зрения вычислительного процесса решение такой задачи целесообразно из-за сложности организации, проведения и обработки результатов эксперимента, в частности, визуализации подобных течений. Эксперименты с применением визуализации замкнутых потоков, например, алюминиевыми частичками, методом «светового ножа» позволяют получить лишь качественную картину течения, не обеспечивая точной количественной оценки, например, по нестационарным полям скорости течения.

Как известно, при замедлении вращательного движения толщина пограничного слоя на боковых стенках начинает возрастать. На боковых стенках цилиндра возникают вихри Тэйлора-Гертлера, которые усиливают перемешивание в потоке и существенно изменяют скорость процесса «спин-даун» и круговой момент воздействия потока на цилиндрическую оболочку. Затем вихревые когерентные структуры постепенно исчезают и вращение жидкости опять ощутимо напоминает вращение твердого тела.

В отличие от обычной неустойчивости, начальное и конечное состояние (твердотельное вращение) вращающейся жидкой системы совершенно устойчивы, а неустойчивость представляет собой переходное состояние. В этом смысле неустойчивости «спин-даун» не подчиняются теории бифуркации [2]. Учитывая вышеизложенное, рассматриваемая задача представляется нелинейной и требует учета влияния на формирование инерционного осесимметричного течения сдвиговых слоев на вертикальных

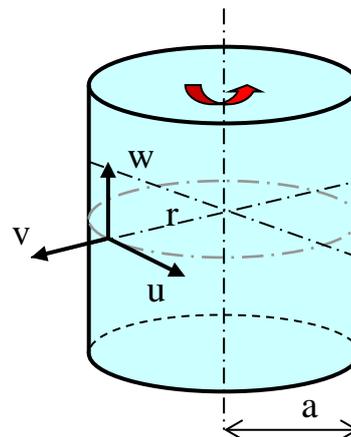


Рис. 1

стенках цилиндра, а также центробежных пограничных слоев на крышках цилиндра, называемых экмановскими пограничными слоями.

По аналогии с известными численными экспериментами [1], уравнения неустановившегося движения жидкости Навье-Стокса, выражены в цилиндрических координатах (r, θ, z) . Для упрощения численного расчета выразим уравнения в терминах безразмерных функции тока ψ , завихренности ζ и циркуляции Γ

$$\nabla^2 \psi - \psi_r/r = r\zeta, \quad (1)$$

$$\zeta_t + u\zeta_r + w\zeta_z - u\zeta/r - 2\Gamma\zeta/r^3 = (1/Re) (\nabla^2 \zeta + \zeta_r/r - \zeta/r^2), \quad (2)$$

$$\Gamma_t + u\Gamma_r + w\Gamma_z = = 1/Re (\nabla^2 \Gamma - \Gamma_r/r), \quad (3)$$

где индексы обозначают частное дифференцирование по соответствующей переменной.

Введем следующие обозначения:

$$Re = \Omega_0 a^2 / \nu \quad (4)$$

центробежное число Рейнольдса, построенное по величинам начальной угловой скорости Ω_0 жидкости после внезапной остановки вращения сосуда радиуса a , ν - кинематический коэффициент вязкости модельной жидкости, оператор Лапласа

$$\nabla^2 = \partial^2 / \partial r^2 + \partial^2 / \partial z^2, \quad (5)$$

$$\Gamma = r\nu, \quad (6)$$

$$\zeta = u_z - w_r. \quad (7)$$

Функция тока для осесимметричного течения имеет вид

$$U = \psi_z/r \quad u \quad w = -\psi_r/r \quad (8)$$

Такая формулировка уравнений в функциях циркуляции и завихренности позволяет объединить эллиптические уравнения Навье-Стокса (1) и два параболических уравнения (2) и (3). Граничные условия предполагают дополнительную связь параметров ψ и ζ . Граничные условия для завихренности вдоль боковой, верхней и нижней стенок определяются из равенств (7) и (8) и выражают условия прилипания на стенках.

В начальной стадии процесса затухания инерционного движения жидкости после внезапной остановки вращения цилиндра в пристенных периферийных слоях начальное число Рейнольдса Re_0 будет максимальным, что делает необходимым сгущение сетки в наиболее неустойчивых слоях течения. Для этого проводится преобразование координат

$$\beta = \frac{\ln[(b+r)/(b-r)]}{\ln[(b+1)/(b-1)]}, \quad (9)$$

$$\eta = 1 + \frac{\ln[(c+z/a-1)/(c-z/a+1)]}{\ln[(c+1)/(c-1)]} \quad (10)$$

где $b = (1-d)^{-1/2}$, $c = (1-e)^{-1/2}$ применяются для оптимизации вычислительной процедуры со сгущением шага сетки к периферии цилиндра.

Для решения уравнений Навье-Стокса в терминах циркуляции и завихренности наиболее широко применяется метод переменных направлений, а для уравнения функции тока - метод последовательной перерелаксации. В указанном методе градиенты течения в вертикальном направлении аппроксимируются и корректируются согласно итерациям по времени. Такие итерации позволяют избежать взаимного влияния узлов в поперечном направлении, уменьшающих в свою очередь область вычислений, и снизить время расчета. Метод итераций позволяет также преобразовать завихренность в пограничной области и аппроксимировать и затем откорректировать нелинейные члены уравнений, повышая таким образом точность моделирования и связи с нелинейностями уравнений системы.

Для всех пространственных переменных во внутренней области применялись центральные разности, что позволило устранить мнимое влияние диффузионных членов уравнений, имеющих место при разностных схемах против потока. Производные по времени аппроксимировались односторонними разностями второго порядка точности на трех уровнях.

Результаты расчета течений при малых числах Рейнольдса, $Re=1\dots 1000$ позволили сделать заключение о хорошем согласии с известными данными [2], для процесса «спин-ап» в цилиндрическом снаряде с жидким наполнением. В этих условиях в меридиональной плоскости формируется устойчивая одновихревая структура вторичного течения, обусловленная влиянием так называемого экмановского пограничного слоя на верхней и нижней плоских крышках цилиндра.

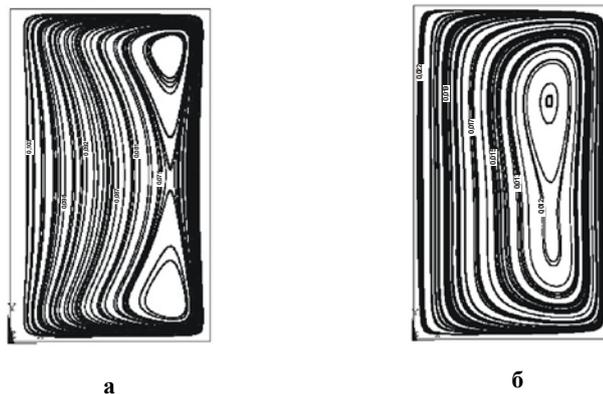


Рис.2. Пример преобразования циркуляций в меридиональной плоскости цилиндра при возрастании времени течения T , $Re_0 = 1000$:

При анализе результатов расчета с точки зрения формирования нестационарных вторичных течений, характер развития циркуляции и его энергетическая зависимость свидетельствуют о достаточно сильном влиянии на поле скорости основного потока. Благодаря влиянию вязкого трения на верхней и нижней стенках и различному расстоянию жидких частиц от оси вращения, образованный пристеночный слой действует как центробежный насос, отбрасывая жидкие частицы к вертикальным стенкам цилиндра. При этом, для сохранения условия неразрывности течения к осевой области крышки направляется жидкость снизу, формируя таким образом циркуляционное меридиональное течение.

Резкое торможение вращающегося цилиндра «спин-даун» приводит к подобной картине распределения градиента давления и сил Кориолиса, формируя одновихревое вторичное течение, направленное на боковых стенках вниз к плоскости симметрии цилиндра, а в приосевой области – вверх по направлению к крышке. Существование подобной структуры предполагается вплоть до $Re=4000$, предсказывая его разрушение в плоскости симметрии на несколько вихрей меньшего масштаба и интенсивности.

При этом основные нелинейные возмущения имеют место в области плоскости симметрии, тогда как в зонах смыкания крышки и боковой стенки цилиндра, а также в области оси вращения возникают низкоскоростные меридиональные структуры. Получение подобного типа неустойчивостей затухающего осесимметричного течения в задачу настоящего исследования не входило.

Список литературы

1. Kitchens C.W. Navier-Stokes solution for spin-up in a filled cylinder.- AIAA Journal, 1980, 18, 8, p. 929-934.
2. Neitzel G.P., Davis S.H. Centrifugal instabilities during spin-down to rest in finite cylinders. Numerical experiments.- J. Fluid Mech., 1981, 102, p. 329-352.