

УДК 519.6: 533.6: 629.3

Застосування обчислювальної аеродинаміки до проектування безпілотних літальних апаратів

Сохацький А.В.

Університет митної справи та фінансів, Дніпро, Україна

Анотація: Розглянуто проблему моделювання аеродинаміки безпілотного літального апарата. Математичне моделювання аеродинаміки літальних апаратів є доволі складною та актуальною задачею. На сьогодні найбільш досконалі математичні моделі аеродинаміки побудовані на фізичних властивостях в'язкого стисливого газу та ґрунтуються на рівняннях Нав'є-Стокса. Реальні течії навколо транспортних апаратів є турбулентними. Розрахунок таких течій залишається однією з найбільш складних проблем. На сьогодні в обчислювальній аеродинаміці відсутні універсальні математичні моделі турбулентності. Надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, відноситься до винятково важливої наукової проблеми і пов'язане з складністю та недостатнім вивченням турбулентності як фізичного явища. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та створення програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних характеристик безпілотного літального апарата типу літаюче крило.

Ключові слова: аеродинаміка транспортних апаратів, числове моделювання, рівняння Нав'є-Стокса, моделі турбулентності.

Створення перспективних безпілотних літальних апаратів є важливим та непростим завданням. Розробки в області транспортної, цивільної та військової авіації мають певні напрацювання, що дозволяють проектувати ефективні літальні апарати відповідних призначень для їх використання. Розвиток безпілотних літальних апаратів (БПЛА) приходить на останні десятиліття. Їх проектування базується, в основному на методах та досвіді, що використовується для класичних літальних апаратів відповідних схем та призначень.

Сучасні підходи до проектування аеродинамічного обрису транспортних засобів умовно можна розділити на три етапи:

- наближені інженерні підходи,
- моделювання на основі методів особливостей
- підходи що ґрунтуються на інтегруванні повних та осереднених варіантів рівнянь Нав'є-Стокса.

На першому етапі використовуються різноманітні інженерні підходи для формування аеродинамічного обрису, виходячи із технічного завдання та вимог замовника. Визначаються в першому наближенні геометричні та аеродинамічні характеристики, формується обрис в першому наближенні.

На другому етапі слід використовувати більш складні моделі аеродинаміки на основі різноманітних підходів, що побудовані на моделі ідеальної рідини. Визначаються несучі властивості, силові та моментні залежності для відповідного обрису транспортного засобу.

Третій етап є найбільш складним та дорого вартісним. На цьому етапі слід використовувати методи та моделі, що ґрунтуються на рівняннях для турбулентних течій.

Сучасні підходи до моделювання турбулентних течій умовно розділяють на три рівні [1].

До першого рівня відносять широко поширені підходи, що ґрунтуються на осереднених за Рейнольдсом рівняннях рівняннях Нав'є-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes – RANS), Ці рівняння замикають за допомогою однієї з напівемпіричних моделей турбулентності.

Перевагою рівнянь RANS перед початковими рівняннями Нав'є-Стокса є те, що вони сформульовані безпосередньо відносно усереднених за часом характеристик течії, що представляють основний інтерес в завданнях аеродинаміки. Тим самим виключається

необхідність розрахунку локальних нестационарних випадкових характеристик турбулентних потоків шляхом інтеграції тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса. Проте рівняння RANS є незамкнутими, оскільки вони містять невідомий тензор рейнольдсових напруги і вектор турбулентного теплового потоку. Тому для їх практичного використання потрібні додаткові співвідношення, зв'язуючі ці величини з характеристиками усередненого руху, які можуть бути отримані тільки з використанням тієї або іншої емпіричної інформації. Ці співвідношення прийнято називати моделями турбулентності для напруги Рейнольдса або для других моментів.

Альтернативний підхід до вирішення проблеми замикання рівнянь Рейнольдса полягає у використанні рівнянь перенесення рейнольдсових напруг, яка формально також може бути отримана з рівнянь Нав'є-Стокса за допомогою процедури усереднювання за часом аналогічно тому, як це робиться при виведенні рівнянь Рейнольдса. Проте ці рівняння містять так звані моменти третього порядку. Їх зв'язок з параметрами усередненого руху і компонентами тензора рейнольдсових напруг (моментами другого порядку) невідомий, і для їх визначення потрібне використання рівнянь перенесення для моментів третього порядку. Ці рівняння, у свою чергу, містять кореляції четвертого порядку і т. д., так що отримання строгої замкнутої системи рівнянь відносно статистичних характеристик турбулентності в принципі неможливе [1].

Існуючі підходи до моделювання турбулентних течій значно розрізняються між собою не лише за своїми можливостями, але і за обчислювальними ресурсами, що необхідні для їх практичного застосування [1,2]. Найповніша і найдостовірніша кількісна оцінка цих ресурсів виконана в роботах [1,3,4], головні висновки яких представлені в Таблиці 1.1. В другому і третьому стовпцях цієї таблиці приведені типові розміри сіток і число кроків інтеграції за часом (ітерацій при розв'язуванні стаціонарних рівнянь Рейнольдса), необхідних для розрахунку обтікання типового цивільного літака або автомобіля з використанням методів, що базуються на RANS, DES, LES і DNS. Ці дані побудовані на аналізі просторових і тимчасових масштабів турбулентності, що дозволяються у рамках методів RANS, DES, LES і DNS оцінити необхідні обчислювальні ресурси та перспективи практичного їх застосування до моделювання турбулентної течії [1].

Таблиця 1

Обчислювальні ресурси та перспективи практичного застосування різноманітних підходів до моделювання турбулентної течії [27,45]

Підхід	Необхідна кількість вузлів сітки	Необхідне число кроків за часом	Готовність
Стаціонарний тривимірний RANS	10^7	10^3	1985
DES	10^8	10^4	2000
LES	$10^{11.5}$	$10^{6.7}$	2045
DNS	10^{16}	$10^{7.7}$	2080

Для розв'язування задачі з визначення аеродинамічних характеристик транспортного засобу типу БПЛА обрано модель течії в'язкого стисливого газу, що описується осередненими за Рейнольдсом рівняннями Нав'є-Стокса. Розрахункова область навколо транспортного апарата є складною, тому доцільно використовувати багатоблоковий підхід та криволінійну систему координат. Система рівнянь Нав'є-Стокса осереднена за Рейнольдсом для довільної криволінійної системи координат запишеться

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{H}, \quad (1)$$

де \hat{Q} – вектор невідомих змінних; $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$ – вектори нев'язких потоків; $\hat{E}_v = \xi_x E_v + \xi_y F_v + \xi_z G_v$, $\hat{F}_v = \eta_x E_v + \eta_y F_v + \eta_z G_v$, $\hat{G}_v = \zeta_x E_v + \zeta_y F_v + \zeta_z G_v$ – вектори в'язких потоків; $\hat{H} = 1/j H$ – вектор джерельних членів.

Вектори $\hat{Q}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{G}, E_v, F_v, G_v$ визначаються наступними співвідношеннями

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (E_t + p)U - \xi_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (E_t + p)V - \eta_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (E_t + p)W - \zeta_t p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$E_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{bmatrix}, \quad F_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{bmatrix}, \quad G_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$ – метричні коефіцієнти, $J = \partial(\xi, \eta, \zeta) / \partial(x, y, z)$ – якобіан перетворення координат, $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ – компоненти тензора напружень та q_x, q_y, q_z – компоненти вектора теплових потоків. $E_t = \rho \left[e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right]$.

В системі рівнянь (1) n-компонентні вектори $\hat{Q}, \hat{E}_i, \hat{F}_i, \hat{G}_i, \hat{E}_v, \hat{F}_v, \hat{G}_v$ мають відповідний вигляд в залежності від моделі турбулентності.

Для замикання системи рівнянь (1) використано модель турбулентності SST (Shear Stress Transport) Ментера [5]. В загальному вигляді ця система рівнянь запишеться

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k - Y_k, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega,$$

де G_ω , – генерація дисипації кінетичної турбулентності ω на одиницю k ; Y_k , – дисипація кінетичної енергії турбулентності; Y_ω – дисипація кінетичної турбулентності ω ;
 $\Gamma_k = \mu + \mu_t / \sigma_k$; $\Gamma_\omega = \mu + \mu_t / \sigma_\omega$; D_ω , – перехресний дифузійний член.

Модель турбулентності SST є комбінацією $k-\varepsilon$ і $k-\omega$ моделей турбулентності. Для розрахунку течії у вільному потоці використовуються рівняння $k-\varepsilon$ моделі, а в області поблизу стінок – рівняння $k-\omega$ моделі. Вимоги до щільності сітки тут ті ж, що і у $k-\omega$ моделі і низькорейнольдсової $k-\varepsilon$ моделі. Ця модель турбулентності позбавлена ряду

недоліків початкових $k - \varepsilon$ і $k - \omega$ моделей. Вважається, що модель SST за якістю перевершує ряд інших моделей турбулентності. Проте за обчислювальною простотою і витратам вона поступається моделям з одним рівнянням [1-5].

Числовий метод. Для числового розв’язування системи рівнянь (3) використано метод контрольного об’єму. Основні засади методу контрольного об’єму (МКО) полягають в тому, що розглядаються класичні рівняння балансу деякої величини Q в контрольному об’ємі V , обмеженому поверхнею $S = \sum S_k$ з зовнішньою нормаллю \vec{n} . Інтегруючи рівняння (1) по контрольному об’єму отримаємо

$$\iiint_{\Delta V} \left[\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} - H \right] dV = 0. \quad (5)$$

Застосовуючи до рівняння (5) теорему про середнє і Остроградського-Гаусса, отримаємо:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta V} \iint_S \left[(\hat{E} - \hat{E}_v) n_x + (\hat{F} - \hat{F}_v) n_y + (\hat{G} - \hat{G}_v) n_z \right] dS + \tilde{H}, \quad (6)$$

де S – поверхня навколо контрольного об’єму ΔV ; \vec{n} - вектор зовнішньої нормалі до поверхні S .

Верхній знак $[\sim]$ означає середнє значення шуканої функції за об’ємом:

$$\tilde{f} = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} f dV \quad (7)$$

Отримана система алгебраїчних рівнянь розв’язувалася методом Гаусса-Зейделя. Розроблена методика, алгоритм та програмне забезпечення тестувалося на ряді стандартних задач. Проведено числові розрахунки БПЛА типу літаюче крило. Отримано розподілені та інтегральні аеродинамічні характеристики літального апарата, як функцію від кута атаки.

Висновки. Побудовано математичну модель, обтікання транспортного засобу турбулентним потоком. Розроблено числову методику розв’язування задачі, алгоритми та комплекс програмного забезпечення моделювання течії в’язкого стисливого газу на основі розв’язування осереднених за Рейнольдом рівнянь Нав’є-Стокса. Отримано шукані розподілені та інтегральні аеродинамічні характеристики. Аналіз теоретичних та практичних досліджень показує, що аеродинамічні характеристики мають значний вплив на стійкість та керованість БПЛА. Таким чином для забезпечення потрібних параметрів стійкості та керованості транспортного засобу необхідно урахувати його аеродинамічні характеристики. В подальших дослідженнях потрібно розв’язувати зв’язану задачу динаміки та аеродинаміки транспортного засобу.

Список літератури

1. Гарбарук А. В., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Современные подходы к моделированию турбулентности. СПб. Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.
2. Сохацький А. В. Теоретичні основи створення аеродинамічних компонувань перспективних швидкісних транспортних апаратів: дис. доктора технічних наук: 05.07.01. Дніпропетровськ. 2010. 364 с.
3. Spalart P. R., Jou W. H., Strelets M., Allmaras S. R. "Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS /LES approach", Proceedings of first AFOSR international conference on DND/LES, 1997.
4. Spalart P. R. "Strategies for turbulence modeling and simulations", Int. J. Heat Fluid Flow, 2000, 21, pp. 252–263
5. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*. 1994. v. 32, N 8. P. 1598-1605.

Application of computational aerodynamics to design of pilotless aircrafts

Sokhatsky Anatoliy

Abstract: *The problem of modeling the aerodynamics of pilotless aircraft is considered. Mathematical modeling of the aerodynamics of aircrafts is sufficiently is a rather complex and urgent task. Today, the most advanced mathematical models of aerodynamics are based on the physical properties of a viscous compressible gas and are based on the Navier-Stokes equations. Real currents around transport vehicles are turbulent. To date, there are no universal mathematical models of turbulence in computational aerodynamics. Calculation of such flows remains one of the most difficult problems. Reliable prediction of the characteristics of turbulent flows is an extremely important scientific problem and is associated with the complexity and insufficient study of turbulence as a physical phenomenon. The aim of this work is to build a mathematical model, a numerical method, an algorithm for solving the problem and creating software for studying the aerodynamic characteristics of pilotless aircraft as a flying wing.*

Keywords: *aerodynamics of vehicles, numerical modeling, Navier-Stokes equations, turbulence models.*