УДК 532-528

Владимир Серебряков
Институт гидромеханики НАН Украины , Киев, Украина

Некоторые возможности оптимизации обтекания кавитирующих тел

Анотация: *Статья содержит ряд типичных решений для формы нестационарной каверны, иллюстрирующих особенности изменения формы и размеров каверны, существенные с точки зрения сохранения устойчивости движения*
Ключевые слова: *Гидромеханика, кавитация, каверна, динамика*

Введение

Движение тел в каверне с искусственным поддувом является процессом с максимально возможными источниками неустойчивости, как процессов обтекания, так и движения при глиссирования тела в каверне в целом. Одной из основных причин является неустойчивости каверны, заполненной газом и также появление волн на каверне значительной амплитуды от резких изменений объема и каверны Этой причиной могут быть также изменения формы каверны локального характера при их взаимодействии с глиссирующей поверхностью.

Приводится ряд решений с возможными способами уменьшения возмущений каверны в процессе движения путем корректировки законов изменения давления в каверне с помощью искусственного поддува

Исходные уравнения

Система уравнений для расчета осесимметричной нестационарной каверны $r = R(x,t)$ в системе координат $r,\ x$, связанной с неподвижной жидкостью, определяется в следующем виде (1) [1, 2]:

$$U = U(t)\,,\ \Delta P = \Delta P(x,t):\ \text{a)}\ \frac{\partial^2 R^2(x,t)}{\partial t^2} + \frac{2\Delta P(x,t)}{\rho\mu} = 0\,,\ \text{b)}\ \left.\frac{\partial R^2}{\partial t}\right|_{t=t_n(x)} = R_n(x)U_n(x)\sqrt{\frac{2[c_d(x) - k\Delta P]}{k\mu}}\,,\ \text{c)}\ \left.R^2\right|_{t=t_n(x)} = R_n^2(x)\,,$$

$$\text{d)}\ R_n = R_{nt}(t)\big|_{t=t_n(x)} = R_n^2(x)\,,\ \text{e)}\ U = U(t)\big|_{t=t_n(x)} = U_n(x)\,,\ \text{f)}\ c_d = c_{dt}(t)\big|_{t=t_n(x)} = c_d(x) \qquad (1)$$

Здесь U, R_n, c_d - скорость движения, радиус, коэффициент сопротивления кавитатора, зависящие от времени t, $R = R(x,t)$ - радиус сечений каверны, $\Delta P = P_\infty(x) - P_c(t)$ - разность между давлением в потоке и в каверне, ρ - массовая плотность воды, $\Delta P = \Delta P(x,t)$, $x_n(t)$ - закон движения кавитатора, $t_n(x)$ - функция обратная $x_n = x_n(t)$. Величины μ, k являются медленно меняющимися функциями, в основном от удлинения каверны $\lambda = L/2R_k$, L –длина, R_k - наибольший радиус каверны, μ - характеризует инерционность сечений каверны, k - перенос энергии вдоль ее сечений. Эти величины с достаточной точностью могут определяться в зависимости от λ или $\sigma = 2\Delta P/\rho U^2$ по зависимостям (2) для стационарной каверны: Рис.1, Рис.2

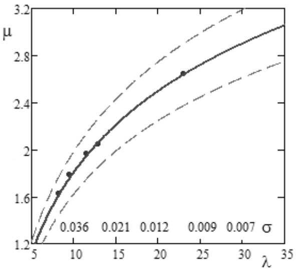


Рис. 1 Зависимость величины μ от λ и σ
——— Зависимости (1g),
– – – – – 10% отклонение величины μ,
• • • • $\mu=\sigma\lambda^2$ - Численный расчет

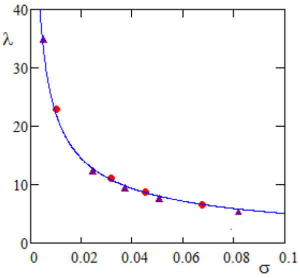


Рис. 2 Зависимость λ от σ, и величины k от σ и λ.
——— Зависимости (1f, 3k, 3m) ,
• • • • Численный расчет

$$\text{a) } \lambda=\sqrt{\frac{L}{2R_k}}\approx\sqrt{\frac{2\mu}{\sigma}}\text{, b) } \mu\simeq\ln\sqrt{\frac{1}{e}\left(\lambda^2+7\right)}\text{, c) } \mu\simeq\ln\sqrt{\frac{1}{e\sigma}\ln\left(\frac{2}{\sigma}+10\right)}\ ;\ \text{d) } k\simeq1-\frac{2\ln\left(2/\sqrt{e}\right)}{\ln\left(0.8(\lambda)^2+35\right)}\text{, e) } \quad (2)$$

$$k\approx1-\frac{2\ln\left(2/\sqrt{e}\right)}{\ln\left(4/\sigma+18\right)}$$

Решение задачи (1) для формы нестационарной каверны в виде универсального интеграла, с возможностью его применения для расчетов при различных способах управления каверной, может быть представлено в виде (3) с возможностью определения величин μ, k по стационарным зависимостям (2b-2e) [2]:

$$R^2=R_n^2(x)+2R_n(x)U_n(x)\sqrt{\frac{c_d(x)-k\sigma(x)}{2k\mu}}\left(t-t_n(x)\right)-\frac{1}{\rho\mu}\left[\Delta P_o+\Delta P_x(x)\left(t-t_n(x)\right)^2+2\int\limits_{t_n(x)}^{t}\left(\int\limits_{t_n(x)}^{t}\Delta P_{xt}(x,s)ds\right)dt\right] \quad (3)$$

Формы типичных нестационарных каверн при постоянной скорости движения

Имеется две основные возможности управления формой и размерами каверны:

- Управление каверной путем изменения размеров и формы кавитатора, включая изменение его коэффициента сопротивления и изменения скорости движения. При форме нестационарной каверны, близкой стационарной, этот способ позволяет управлять размерами каверны без существенного изменения ее удлинения.

- Управление путем изменения давления газа в каверне с помощью изменения интенсивности искусственного поддува делает возможным одновременное изменение размеров и удлинения каверны.

Имеется ряд решений на основе интеграла (3), иллюстрирующих сложности взаимодействия процессов управления и устойчивости движения тела в каверне в целом. В решениях ниже при движении с постоянной скоростью все величины предполагаются безразмерными относительно ρ, R_n U.

Управление каверной связано с инициацией пульсаций каверны и также может приводить к значительным локальным изменениям формы каверны, не желательных для устойчивости движения.

Воздействие пульсации давления в каверне на ее форму определяется решением (3) виде (4), Рис.3:

$$\frac{\Delta P(t)}{\rho U^2/2}=\sigma(1+\sin\omega t):\quad \bar{R}^2=1+\sqrt{\frac{2(c_d-k\sigma)}{k\sigma}}\underset{\rightarrow}{\bar{x}}-\frac{\sigma}{2\mu}\left[\underset{\rightarrow}{\bar{x}}^2+2\frac{\kappa_\sigma}{\omega}\left[\sin\left(\omega(\bar{t}-\underset{\rightarrow}{\bar{x}})\right)-\sin\bar{t}\,\underset{\rightarrow}{\bar{x}}+\bar{\omega}\underset{\rightarrow}{\bar{x}}\cos\left(\bar{\omega}(t-\underset{\rightarrow}{\bar{x}})\right)\right]\right] \quad (4)$$

Воздействие резкого изменения величины c_d кавитатора, в процессе движения, задается зависимостью в виде функции Хевисайда $\Phi(x - x_d)$ и определяется решением (3) в виде (5), Рис. 4:

$$c_d = \frac{D}{\pi R_n^2 \rho U^2 / 2} = c_{di}\left(1 + \kappa_{cd}\Phi(\bar{x} - \bar{x}_{cd}\right): \quad \bar{R}^2 = 1 + \sqrt{\frac{2\left(c_{di}(1 + \kappa_{cd}\Phi(\bar{x} - \bar{x}_{cd}) - k\sigma\right)}{k\mu}}\left(\bar{t} - \bar{x}\right) - \frac{\sigma}{2\mu}\left(\bar{t} - \bar{x}\right)^2 \qquad (5)$$

Решение (4) представлено в подвижной системе координат $r, \underline{x}$, решение (5) – в системе координат в неподвижной жидкости r, x, $x = x_{cd}$ координата неподвижного сечения с резким изменением сопротивления кавитатора D . Результаты расчетов на основе решений (4, 5) иллюстрируют Рис. 3, Рис.4

Характерным при пульсирующем давлении в каверне, является уменьшение амплитуд колебаний с увеличением частоты колебаний давления ω и, соответственно, числа волн на поверхности каверны.

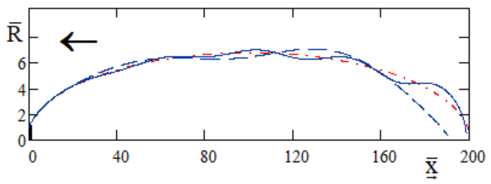


Рис.3 Форма каверны за диском при воздействии синусо-идальных пульсаций давления, $\sigma = 0.02$, $\kappa_p = 0.5$

——---- $\bar{\omega} = 0.15$, $\bar{t} = 250$, **4 волны вдоль каверны**

– – – – $\bar{\omega} = 0.07$, $\bar{t} = 270$, **2 волны вдоль каверны**

-·-·- **стационарная каверна при** $\sigma = 0.02$

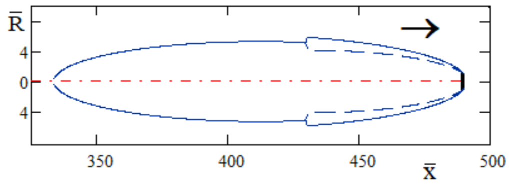


Рис. 4 Форма каверны при скачкообразном изменении величины c_d **кавитатора,** $\sigma = 0.02$, $c_{di} = 0.5$, $\kappa_{cd} = 0.4$

——---- $\bar{x}_{cd} = 430$, $\bar{t} = 490$, **случай уменьшения** c_d

– – – – $\bar{x}_{cd} = 430$, $\bar{t} = 490$, **случай увеличения** c_d

——---- **стационарная каверна при** $\sigma = 0.02$

Наиболее опасен случай резкого изменения поверхности каверны виде ступеньки, решение (5) Рис. 4.

Здесь, включая аналогичные, изменении скорости и размера кавитатора. после прохождения кавитатором неподвижного сечения при $x = x_s$ высота ступеньки начинает увеличиваться и достигает начального сечения глиссирующей поверхности. В случае резкого уменьшения сопротивления глиссирующая поверхность сталкивается с выступом на поверхности каверны при резком увеличении подъемных силы и момента, в случае увеличение сопротивления происходит резкая потеря контакта этой поверхности с жидкостью.

Воздействие гравитации иллюстрируется решением (6) уравнения (3) и результатами расчетов Рис.5 при вертикальном погружении жидкость при $Fr = U / \sqrt{gR_n} = 12$ в сравнении с экспериментальными данными Рис. 6.

$$\text{a)}\ R^2 = 1 + \sqrt{\frac{2c_{do}}{k\mu}}\left(\bar{t} - \bar{x}\right) - \frac{\bar{x}}{Fr^2\mu}\left(t - \bar{x}\right)^2 \ \rightarrow \ \text{b)}\ R^2 = 1 + \sqrt{\frac{2c_{do}}{k\mu}}\,\underline{x} - \frac{\left(t + \underline{x}\right)\underline{x}^2}{Fr^2\mu} \qquad (6)$$

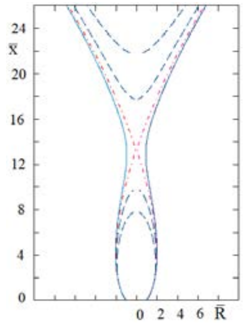


Рис. 5. Расчет нестационарной каверны за диском при вертикальном погружении с постоянной скоростью [2]

——---- Формы каверны при $Fr = 12$, $\bar{t} = 25.6$

- — · — - Расчет формы каверны при $Fr = 12$, $\bar{t} = 26$ в момент глубинного смыкания каверны

– – – – Формы каверны при $Fr = 12$, $\bar{t} = 27$, $\bar{t} = 29$

Рис. 6. Экспериментальная каверны за тупым конусом при вертикальном погружении с постоянной скоростью [3]

. . . . . Расчет каверны путем применения принципа независимости расширения каверны на основе закона расширения сечений стационарной каверны при $\mu = 2$ [3]

Решение (6) показывает уменьшение размеров каверны после глубинного смыкания. Изменение величины ΔP в (6а) в виде (7а) позволяет зафиксировать форму каверны в виде стационарной вертикальной каверны (7b).

$$\text{a)}\ \bar{R}^2 = 1 + \sqrt{\frac{2cd_o}{k\mu}}\left(\bar{t} - \bar{x}\right) - \frac{1}{\mu}\left[\frac{x}{Fr^2\mu}\left(\bar{t} - \bar{x}\right)^2 - 2\int_{\bar{x}}^{\bar{t}}\left(\int_{\bar{x}}^{\bar{t}}(\bar{s})d\bar{s}\right)d\bar{t}\right] \rightarrow \text{b)}\ R^2 = 1 + \sqrt{\frac{2c_{do}}{k\mu}}\left(\underline{x}\right) + \frac{1}{3\mu}\frac{\underline{x}^3}{Fr^2} \quad (7)$$

Представление вертикальной каверны (8а) обнаруживает 2 точки заострения, соответствующих условиям (8b, 8c) при погружении и всплывании. Резултататы расчета формы каверны в этих случаях даются Рис.7 [4].

$$\text{a)}\ R^2 = 1 + \sqrt{\frac{2\left(cd - k\sigma_o\right)}{k\mu}}\,\underline{x} + \frac{1}{\mu}\left(\mp\frac{\sigma_o}{2}\underline{x}^2 \pm \frac{1}{3}\frac{\underline{x}^3}{Fr^2}\right) \rightarrow \text{b)}\ \sigma_o Fr_L^2 = \frac{4}{3},\ \text{c)}\ \sigma_o Fr_L^2 = \frac{2}{3}\quad \text{d)}\ \sigma_o = \sigma|_{x=0} \quad (8)$$

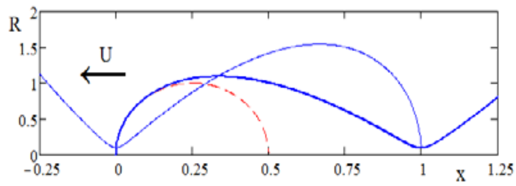


Рис.7: Вертикальные каверны предельных форм, $\bar{x} = x / L$, $\bar{R} = R / R_k$

—— погружение $\sigma_o Fr_L \approx 4/3$, ——— всплывание при $\sigma_o / Fr_L \approx 2/3$

– – – – – каверна при $\sigma = \text{const}$.

Формы нестационарных каверн при движении с постоянной величиной ускорения

При обезразмеривании относительно ρ, R_n, a, a -ускорение, исходные данные определяются в виде (9):

$$\text{a)}\ \bar{x}_n(t) = \frac{\bar{t}^2}{2},\ \text{b)}\ \bar{t}_n(\bar{x}) = \sqrt{2\bar{x}},\ \text{c)}\ \bar{U}_n(\bar{t}) = \bar{t},\ \text{d)}\ \bar{U}_x(\bar{x}) = \sqrt{2\bar{x}},\ \text{e)}\ \sigma_{nt} = \frac{2\Delta\bar{P}_t(\bar{t})}{\bar{t}^2},\ \text{f)}\ \sigma_{nx} = \sigma_{nt}\big|_{t=t_n(x)} = \frac{\Delta\bar{P}_x(\bar{x})}{\bar{x}} \quad (9)$$

Решение уравнения (3) в наиболее простом случае при постоянных ускорении а и ΔP в потоке и каверне находится в виде (10), определяя существенное увеличение размеров каверны в процессе движения.

$$\bar{R}^2 \approx 1+\sqrt{2\bar{x}}\sqrt{\frac{2c_{do}}{k\mu}}\left[\bar{t}-\sqrt{2\bar{x}}\right]-\frac{\Delta\bar{P}}{\mu}\left[\bar{t}-\sqrt{2\bar{x}}\right]^2, \quad \sigma_{nt}=\frac{2\Delta\bar{P}}{\bar{t}^2} \tag{10}$$

Изменяя давление в каверне путем искусственного поддува и, соответственно величину ΔP в соответствии с зависимостью (11b) делает возможным движение тела в каверне при ее минимальных изменениях и близости ее формы к стационарной каверне в условиях равноускоренного движения. Результаты расчета решении (3) в этом случае в виде (11) иллюстрируют Рис. 9, Рис. 10.

$$\text{a)}\ \bar{R}^2=1+\sqrt{\frac{2c_{do}}{k\mu}}\sqrt{2\bar{x}}\left[\bar{t}-\sqrt{2\bar{x}}\right]-\frac{\sigma_a}{\mu}\int_{\sqrt{2\bar{x}}}^{\bar{t}}\left(\bar{t}-\bar{s}\right)\bar{s}^2 d\bar{s},\ \text{b)}\ \frac{\sigma_a}{\mu}\int_{\sqrt{2\bar{x}}}^{\bar{t}}\left(\bar{t}-\bar{s}\right)\bar{s}^2 d\bar{s}=\frac{\sigma_a}{\mu}\left(\frac{1}{12}\bar{t}^4+\bar{x}^2-\frac{2\sqrt{2}}{3}\bar{t}\,\bar{x}^{3/2}\right) \tag{11}$$

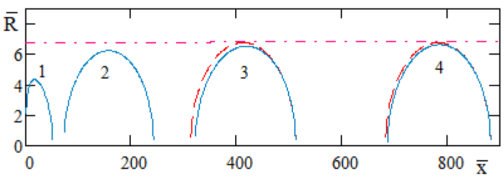


Рис. 9 Нестационарная каверна при ускорении под воздействием компенсирующего давления в каверне

——----- Нестационарная каверна при $\sigma_a=0.02$ **:**

1 - $\bar{t}=10$ **, 2 -** $\bar{t}=22$ **, 3 -** $\bar{t}=32$ **, 4 -** $\bar{t}=42$

– – – – Стационарная каверна при $\sigma_a=0.02$

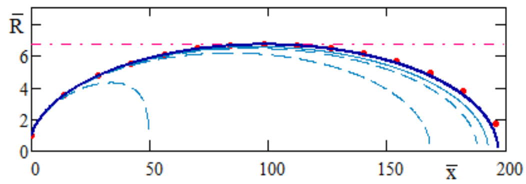


Рис. 10 Форма каверны при ускорении под воздействием компенсации давления в подвижной системе координат

Нестационарная каверна при $\sigma_a=0.02$ **: – – – –**

$\bar{t}=10$ **,** $\bar{t}=22$ **,** $\bar{t}=32$ **, ——---** $\bar{t}=42$ **, ———**

$\bar{t}=420$

. . . . . . Стационарная каверна при $\sigma_a=0.02$

Возможным является получения оптимального режима обтекания при сохранении размеров каверны, близкой к стационарной, при ускоренном движении под небольшим углом к горизонту θ. Эта возможность подтверждается решением (12), результаты расчета, на основе которого, иллюстрируют Рис.11, Рис.12

$$\text{a)}\ \bar{R}^2=1+\sqrt{\frac{2c_{do}}{k\mu}}\sqrt{2\bar{x}}\left[\bar{t}-\sqrt{2\bar{x}}\right]-\frac{\bar{g}\theta\bar{x}}{\mu}\left[\bar{t}-\sqrt{2\bar{x}}\right]^2,\ \text{b)}\ \bar{R}^2=1+\sqrt{2\bar{x}}\sqrt{\frac{2c_{do}}{k\mu}}\left[\bar{t}-\sqrt{2\bar{x}}\right]-\frac{\sigma_{g\theta}}{\mu}\bar{x}\left[\bar{t}-\sqrt{2\bar{x}}\right]^2,\ \text{c)}\ \frac{g}{a}\theta=\sigma_{g\theta} \tag{12}$$

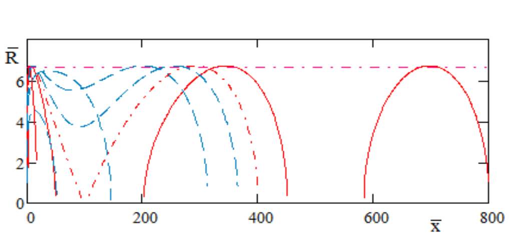
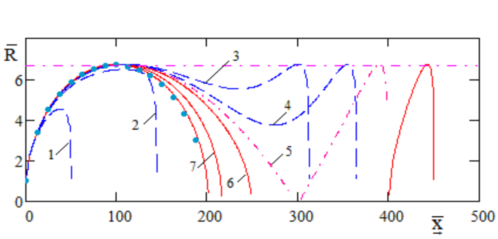


Рис. 11 Эволюция формы нестационарной каверны при ускорении с повышением гидростатического давления в процессе приближения к форме стационарной каверны

– – – – Форма каверны до $\bar{t}=10$ **,** $\bar{t}=17$ **,** $\bar{t}=25$ **,** $\bar{t}=27$ **,**



Фиг 12 Сравнение формы нестационарной и стационарной при $\sigma_{g\theta}=0.02$ **каверны в подвижной системе координат**

– – – – Форма каверны до: – – – – 1 - $\bar{t}=10$ **, 2 -** $\bar{t}=17$ **,**

3- $\bar{t}=25$ **, 4 -** $\bar{t}=27$ **, в момент: –·–·–: 5 -** $\bar{t}=28.23$ **и**

в момент - - - - $\bar{t}=28.23$ **и после глубинного смыкания**
——-- $\bar{t}=30$ **,** $\bar{t}=40$

после глубинного смыкания: ——--- 6- $\bar{t}=30$ **,7-** $\bar{t}=40$
стационарная и нестационарная каверны при $\bar{t}=100$

Заключение

Данные исследований подтверждают возможность оптимизации процессов обтекания с точки зрения сохранения устойчивости движения путем изменения давлений в каверне с помощью искусственного поддува.

Список использованной литературы

1. Серебряков В. В. Кольцевая модель для расчета осесимметричных течений с развитой кавитацией // Гидромеханика. -1974. -Вып. 27. -С. 25-29
2. Serebryakov V. V. Physical - mathematical bases of the principle of independence of cavity expansion, Proceedings of Seventh Int. Symposium on Cavitation: CAV2009, Paper No.169, Michigan University 2009, Ann Arbor, Michigan, USA
3. Журавлев Ю. Ф. Методы теории возмущений в пространственных струйных течениях // Тр. ЦАГИ им. Н.Е.Жуковского. -1973. -Вып. 1532. -23 с.
4. Ефремов И.И., Серебряков В.В. О форме тонких каверн при малых числах кавитации в плоском и осесимметричном потоках // Гидромеханика. -1978. -Вып. 38. -С. 82-85.